

## ODNOS KLASIČNE I KVANTNE MEHANIKE

Da bi se razumeo odnos klasične (KM) i kvantne mehanike (QM) neophodno je poznavati njihov nastanak i razvoj. Kratak pregled glavnih događaja i protogonista u razvoju ove dve oblasti dat je u poglavljima koja slede. U ovom kratkom pregledu dati su samo oni događaji koji su najrelevantni za razumevanje nastanka i suštine fraktalne mehanike. Spojiti KM i QM nije ni malo lak zadatak, tako da većina čitalaca, odnosno studenta, treba da upotpuni svoja znanja iz matematike i fizike da bi mogli da razumeju i prate izloženo gradivo .

### 1. RAZVOJ KLASIČNE MEHANIKE (KM)

1.1 Antičko doba: Klasična mehanika nastala je u antičko vreme, oko 4.veka p.n.e., u vreme kada je nastala planetarna prekretnica u načinu poimanja sveta, od mitološkog, iracionalnog ka empirijsko-naučnom, racionalnom. U antičkoj Grčkoj bude se umovi poput Talesa iz Mileta (ca. 640-548.g.p.n.e), Pitagore (582-507 g.p.n.e), Heraklita Efežanina (ca.540-475.g.p.n.e), Platona (ca.427-347.g.p.n.e) i Aristotela (384-322.g.p.n.e), a na Istoku, Lao Ce (ca.500.g.p.n.e ), Buda (ca. 300.g.p.n.e) i dr. Treba imati u vidu da postoje velike razlike izmedju misli Istoka i Zapada u to vreme, a i danas, ali značajno je to da se „buđenje“ na Istoku i Zapadu desilo u približno isto vreme. Preobražaj se nije desio naglo, već u periodu od nekoliko stotina godina. U antičkoj Grčkoj, kao ishodištu savremene naučne misli, desio se prelaz sa mitološkog (iracionalnog) na empirijsko (racionalno), dok se na Istoku desio prelaz sa mitološkog (imaginarnog) na empirijsko (kompleksno). Dok kod Zapadnih civilizacija racionalno negira iracionalno, dotle na Istoku imamo fenomen „aufgehoben“ (nemački pojam koji je upotrbio Hegel da bi iskazao činjenicu da je nešto istovremeno *ukinuto* i *sačuvano*), jer slično kao i u matematici kada imaginarnom članu dodamo realni broj dobije se kompleksan broj, pri čemu je u njemu imaginarno sačuvano, ali i prevaziđeno, jer kompleksan broj je nešto drugo nego samo imaginaran. Ova dva osnovna procesa „Istok“ i „Zapad“ postoje kod svih ljudi, samo je kod nekih, u datom vremenu primarno aktivan jedan, a kod nekih drugi.

1.2 Galilej (Galilei Galilo, 1564-1642. god.) je postavio temelje savremene mehanike kao nauke, na bazi otkrića zakona slobodnog pada, kosog hitca (leta projektila), oscilatornog

*„Nature, and Nature's laws lay  
hid in night;  
God said, Let Newton be !  
And all was light“.*

kretanja (pendulum) i uvida u kretanje planeta. Konstruisao je teleskop 1609. god. i otkrio četiri glavna satelita Jupitera, nagomilavanje zvezda u grozdove u Mlečnom putu, planine na Mesecu, kao i sunčeve pege. Uveo je eksperiment kao krunski dokaz u nauci, kao i pojam inercije u mehanici. Proučavao je princip relativnosti klasične mehanike sa aspekta kojim se iskazuje jednakost zakona kretanja u svim inercijalnim referentnim sistemima. Mada je u početku bio pristalica Ptolomejevog učenja (da je Zemlja centar svemira) pred argumentima Kopernikovog učenja postao je njegov vatreni pristalica. Ali, zbog ovakvog učenja crkvena inkvizicija primorala da se odrekne svoga učenja.

1.3. Njutn (Isak Newton, 1642-1727.god), profesor matematike na Kembridžu, otkrio tri zakona kretanja i zakon gravitacije. Paralelno sa Lajbnicom otkrio je zakon infinitizimalnog računa, što je dovelo do definisanja izvoda, a time zakona povezanosti puta, brzine i ubrzanja u vremenu. Bavio se fenomenom svetlosti i pomno je proučavao Bibliju (mitološke poeme Homera i Hesioda govore o mnogoboštvu, dok Biblija, kao religiozno delo, koja je na Hebrejskom takođe poema, govori o jednoboštvu. Međutim, Lao Ce će potrebu za *jednim* reći drugačije „čovjeku je potreban *jedan*, kao što je ribi potrebna voda“).

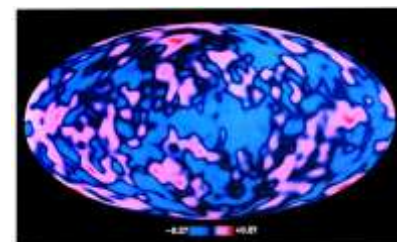
1.4. Gibs (Josiah Willard Gibbs, 1839-1903), veliki doprinos statističkoj mehanici i zakonu faza (čvrsto, tečno, gasovito) koji glasi: kod heterogenog sistema u stanju ravnoteže broj nezavisnih varijabli koje određuju stepen slobode jednak je broju komponenti plus dva, umanjen za broj faza. Tako naprimer kod vode led/voda/para ima samo jedan tip molekula H<sub>2</sub>O u sve tri faze pa će stepen slobode biti  $1+2-3 = 0$ . Definisao zakon raspodele energetskih stanja složenog sistema, na bazi elementa koji ga čine, sa osnovom  $e$ .

1.5. Ajnštajn (Albert Einstein, 1879-1955) je na radovima prethodnika (Lorenca, Minkovskog i dr), a na bazi Rimanove matematike razvio opštu i specijalnu teoriju relativnosti. Učestvovao je u zasnivanju kvantne mehanike, da bi kasnije bio njen oponent. Otuda i poznata njegova izreka „Dragi Bog se ne kocka“, jer se kvantna mehanika zasniva na verovatnoćama događaja, a to je protivno determinizmu klasične mehanike. Međutim, u svetlu statističke mehanike „dragi Bog se ne kocka, ali baca kockice“, tj. dolazi do očuvanja zakona raspodele i ako u mnoštvu (zakon velikih brojeva) dolazi do fluktuacije (promeštanja pozicije) pojedinačnih entiteta.

*Nature, and Nature's laws  
lay hid in night;  
God said, „Let Newton be!  
and all was light.  
It was not all. The devil howling „Ho!  
Let Einstein be!“  
Restore the status quo.*

Pored rada na opštoj i specijalnoj teoriji relativnosti, uvođenju hipoteze da je brzina svetlosti invarijanta prostor-vremena, pokazao je na bazi fotoelektričnog efekta da je svetlost dualne prirode (talasno/korpuskularne), za šta je 1916. godine dobio Nobelovu nagradu. Rigorozna analiza teorije relativnosti pokazuje da teorija relativnosti, onako kako je uveo Ajnštajn, može da važi samo ako je Univerzum singularni sistem (Grujić, 1998).

1.6. Hoking (Stephen Hawking,.....-.....) je jedan od najblištavijih teoretičara fizike posle Ajnštajna. Bavi se sa više oblasti fizike, ali najviše istorijom nastanka kosmosa, fenomenom crnih rupa i supergravitacijom. Jedan od njegovih revolucionarnih prodora je uvođenje u fiziku fenomena imaginarnog vremena: „...kako imaginarno vreme stoji pod pravim uglom u odnosu na stvarno vreme, ono se ponaša kao četvrta prostorna dimenzija. Stoga raspolaže znatno bogatijim rasponom mogućnosti od železničkih šina običnog stvarnog vremena koje može da ima jedino početak ili kraj, ili da ide ukруг. Upravo u ovom imaginarnom smislu vreme ima oblik” (Hawking, 2001). Istorija u realnom i imaginarnom vremenu su različite, jer „istorije u imaginarnom vremenu imaju čitavu porodicu blago izobličenih lopti, od kojih svaka odgovara nekoj istoriji u stvarnom vremenu...” Ali, koje od svih mogućih istorija su najverovatnije? Ispostavilo se da najverovatnije istorije nisu glatke lopte nego da je to naborana lopta, kao što je to pokazao snimak sa COBE satelita (Fig.2.1).



**Fig.2.1:** Vremenski nabori kosmosa: Karta neba COBE (Cosmic Background Explorer) na bazi mikrotalasnog zračenja (Hawking, 2001)

## 2. RAZVOJ KVANTNE MEHANIKE (QM)

2.1 Plank (Max Plank, 1858-1947), na bazi proučavanja eksperimentalnih rezultata zračenja crnog tela došao do otkrića da se energija harmonijskog oscilatora ne emituje kontinualno nego u kvantima i to u saglasnosti sa frekvencijom  $\nu$  i energetske nivouom  $n$  ( $n = 0,1,2,3,.....$ ):

$$E = n \times h\nu . \quad 2.1$$

Plank je shvatio da u osnovi procesa stoje verovatnoće i indeterminizam i nije mogao u potpunosti da prihvati sopstveno otkriće (u privatnom životu bio veoma religiozan čovek).

2.2 Bor (Niels Bhor, 1885-1962), unapredio Radefordov model atoma i predložio da se energija u atomu emituje ili apsorbuje u kvantnim skokovima kada se elektron kreće između orbitala. U početnom stadijumu Borove teorije (predložene 1913. godine) stoji pretpostavka da se kretanje elektrona po kružnici odvija pod uslovom jednakosti centripetalne sile i Kulonove elektrostatičke sile



Fig.2.2: Yin-Yang simbol na naslovnoj strani knjige Nilsa Bora u kojoj se objašnjava priroda odnosa čestica-talas

$$\frac{m_e \times v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2}, \quad 2.2$$

s tim da je zadovoljen uslov da je *moment količine kretanja* elektrona ( $L$ ) jednak celobrojnom umnošku sa konstantom  $\hbar$  ( $h/2\pi$ ), tj.  $m_e v r = n \hbar$ . Bor je intuitivno uzeo da je moment količine kretanja elektrona, a ne energija, kvantovan. Iz ovog pristupa je dobio mogućnost računanja orbitala  $r_n$  na kojima se može nalaziti elektron u atomu vodonika u različitim energetske stanjima

$$r_n = 4\pi\epsilon_0 \frac{\hbar^2}{m_e e^2} \times n, \quad 2.3$$

pri čemu se za  $n=1$  dobija  $r_1 = 52.91772$  pm i nosi naziv Borov radijus i obično se označava sa  $a_0$ .

Smatrao je da je četično-talasna priroda materije sinergijska, odnosno da predstavlja njihovo superponirano stanje, pa je naslovnu stranu svoje knjige ilustrovao kineskim simbolom *Yin-Yang* (Fig. 2.1) koja na slikovit način ilustruje fenomen superponiranosti.

2.3 De Broj (Louis de Broglie, 1893-1987), je na bazi saznanja da je svetlost dualna (talas/čestica) pretpostavio da je dualizam opšte svojstvo materije, a ne samo svetlosti. Kombinujući  $E=mc^2$  i  $E=h\nu$  pokazao je da svaka parikula ima „maseni talas“ sa talasnom dužinom inverzno proporcionalnoj količini kretanja (momentumu)

$$\lambda^* = \frac{h}{mv}, \quad 2.4$$

a zapisuje se i u obliku  $h = p \times \lambda^*$ , odnosno  $h = mv$ . Svojstvo dualnosti je sve izražajnije što je čestica (telo) manja, pa se elektron, proton ili molekul ne može smatrati da je lokalizovan samo kao partikula, na samo jednom mestu, već da ima svoje talasno „proširenje“ u prostoru (međutim treba uočiti da  $\lambda$  i  $\lambda^*$  nisu iste prirode i da se priroda de Brojjevih talasa tek treba otkriti. U današnjoj literaturi ne pravi se razlika između  $\lambda$  i  $\lambda^*$ ).

Iz de Brojjeve relacije proizilazi da će elektron na kružnom kretanju oko jezgra formirati stacionarni talas jedino ako je obim kružnice jednak celom broju talasnih dužina elektrona

$$2r\pi = n \frac{h}{mv}, \quad 2.5$$

odnosno  $mvr = n\hbar$ , što ukazuje da je stalnost elektronskih orbita posledica talasnog karaktera kretanja elektrona u atomu.

2.4 Šredinger (Erwin Schodinger, 1887-1961), po nagovoru Ajnštajna razvio talasnu funkciju elektrona na bazi de Brojjeve korpuskulno talasne prirode materije i njenog energetskog stanja na bazi Hamiltonijana.

Hamiltonijan je operator koji se zapisuje u obliku

$$H = -\frac{\hbar^2}{8\pi^2 m_e} \nabla^2 + V, \quad 2.6$$

pri čemu je: V- potencijalna energija,  $\nabla$  (*nabla*) Laplsov operator koji ima formu

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}. \quad 2.7$$

Uzimajući da je za talasnu funkciju  $\psi$

$$H\psi = E\psi, \quad 2.8$$

To za stacionarni slučaj talasna jednačina glasi

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{p^2}{\hbar^2}\psi. \quad 2.9$$

Nešto što utiče na fizičko ponašanje nečega drugog se nikako ne može smatrati manje realnim od onoga na šta deluje-bez obzira koje značenje mi dajemo reči „realno“.

*E. Šredinger*

Za slobodnu česticu imamo da je  $E_k = E = p^2/2m$  pa se na osnovu prethodnog izraza dobija jednačina

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2mE_k}{\hbar^2}\psi = 0. \quad 2.10$$

Kada je u pitanju neslobodna čestica (vezana čestica) tada se ona kreće u polju potencijalne sile, koja je okarakterisana sa potencijalnom energijom  $E_p$  i kinetičkom energijom  $E_k$ , pa je  $E_k = E - E_p$ , pa dobijamo jednačinu

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - E_p)\psi = 0 \quad 2.11$$

Šredingerove jednačine u kvantnoj mehanici danas imaju isti značaj i ulogu kao i Njutnovi zakoni u klasičnoj mehanici. Međutim, treba imati u vidu da nauka nije otkrila sve osobine *kvantnog* i da su dalji prodori u ovoj oblasti ne samo mogući, nego i nužni.

2.5 Hajzenberg (Werner Heisenberg, 1901-1976), uveo princip neodređenosti u kvantne sisteme koji govori da se istovremeno eksperimentalno ne može odrediti (znati) položaj čestice i njena energija u sistemu, već samo jedna od njih.

Kako se elektron u kretanju između dva zida, širine  $l$ , može nalaziti bilo gde sa verovatnoćom proporcionalnom  $\psi^2$ , Hajzenberg je našao da prizvod neodređenosti položaja elektrona  $\Delta x$  i neodređenosti momentuma  $\Delta p$  po kordinati  $x$  odgovara vrednosti Plankove konstante, t.j.

$$\Delta x \cdot \Delta p_x = h. \quad 2.12$$

Ovo pokazuje da su nam potrebna dva para „slika“ da bismo mogli okarakterisati kvantni entitet. Prvi se odnosi na osobine *talas-čestica*, a drugi na *položaj-mometum*.

2.6. Namabu (Yoichiro Namabu, .....-.....) je sedamdesetih godina prošlog veka predložio da

elementarne partiule nisu tačkaste strukture (elektron, kvarkovi i dr.), do sada poznate predložene forme već da su vibraciono-rotacioni 1D (jedno-dimenzionalni) objekti, danas poznati kao stringovi ili superstringovi. Inspiracija je bio Pitagora i muzički tonovi na bazi struna. Danas je to veoma ozbiljan naučni pristup za objašnjenje elementarnih patikula (kojih po ovoj teorij ima 496), gravitacije, opšteteorije relativnosti i dr.

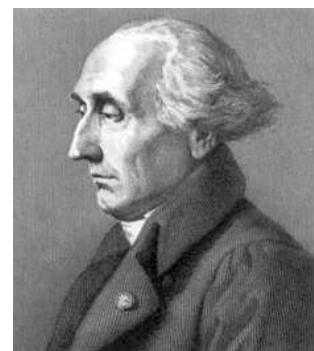
2.7. Šor ( Peter Shor,....-). razvio kvantni informacioni algoritam na bazi faktorijala, a na bazi teorije greške razvio korigujući kvantni kod. Pokazao da su kvantni algoritmi oko milijardu puta brži od klasičnih.

2.8. Benet (Charles Bennett,....-.....), pokazao da kvantni fenomen „entanglement“ (engleska reč koja je sinonim za nemačku reč „verschränkung“ koju je uveo Šredinger, koja se na srpski prevodi kao *upletenost*) više nije samo u domenu Ajnštajn-Podolski-Rozen paradoksa, o pitanju razumevanja distantnih korelacija kvantnih čestica, već je to *nelokalni kvantni komnikacini kanal*. Ako je kvantni sistem proizveo dva entiteta (fenomena) koji su kvantni, kao što su naprimer dva fotona, tada će oni ostati u vezi sve vreme (jedan foton znaće šta „radi“ drugi foton) dok postoje bez obzira na udaljenost i dužinu vremena egzistencije.

2.9. Penrouz ( Rodger Penrose,....-.....) jedan od značajnih saremeh naučnika koji je na osnovu tri univerzalne fizičke konstante  $G, h, c$  sistematizovao fiziku, kao nauku o prirodi (Fig.1.3). On je, kao dobar poznavalac antičke nauke, „poslušao“ glas Hiporata po kome „ celini prirode pripada i ljudska priroda, koja je počinjena istim zakonima kao i sva priroda...“ pa je u svet fizike uveo Platonv *svet ideja*, što je rezultiralo pokretanjem istraživanja fenomena svesti, bez čijeg razumevanja, slaže se većina naučnika, ne može doći do značajnijeg naučnog i civilizacijskog napretka.

### 3. Lagranžijan i Hamiltonijan

Za razumevanje sličnosti i razlike kod računanja u mehanici, u klasičnoj i kvantnoj od posebnog izraza su dve funkcije Lagranžijan i Hamiltonijan. Obe funkcije se primenjuju na diskretne sisteme, a doble su ime po njihovim autorima, Lagranžu i Hamiltonu.



Joseph Louis Lagrange  
(1736-1813)

3.1 Lagranž (Joseph Louis Lagrange: 1736-1813) je poznati francuski matematičar koji je zasnovao matematičku analizu i oslobodio je geometrije. Dao je značajni doprinos varijacionom računu, numeričkoj analizi, teoriji brojeva i teoriji algebarskih jednačina. Oznaka  $f'(x)$  potiče od njega, a zasniva se na teoremi koja nosi njegovo ime, a odnosi se podjednako na matematičku analizu i teoriju grupa. Poznat je i po interpolacionom polinomu  $L_n(x)$  koji sledi iz opšte teorije interpolacije.



William Rowan Hamilton:  
1805-1865)

3.2 Hamilton (William Rowan Hamilton: 1805-1865), irski matematičar koji se bavio diferencijalnom geometrijom, matematičkom analizom, parcijalnim diferencijalnim jednačinama i mehanikom.

### 3.3 Lagranžijan i Hamiltonijan

**Generalisane koordinate** – Broj nezavisnih uopštenih koordinata je:  $s = 3N - k$ ,  $N$  – broj tačaka sistema,  $k$  – broj holonomnih veza. To su veličina koje jednoznačno određuju položaj sistema. Označavaju se sa  $q$ . Iz definicije slede osobine: moraju zadovoljavati dva uslova – radijus vektori tačaka moraju biti jednoznačni,

$$\vec{r}_i = \vec{r}_i(q_1, q_2, \dots, q_s, t); \quad (i = 1, 2, 3, \dots, N)$$

i nezavisni, što se obezbeđuje tako da izvodi projekcija vektora po koordinatama (označene sa  $x_i$ ) zadovoljavaju uslov:

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial x_1}{\partial q_s} \\ \frac{\partial x_s}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial x_s}{\partial q_s} \end{vmatrix} \neq 0.$$

Brzine tačaka kao funkcije uopštenih koordinata, kinetička energija i generalisana sila:

$$\dot{\vec{r}}_i = \sum_{j=1}^s \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_j} \dot{q}_j + \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial t}, \quad T = \sum_{i=1}^N \frac{m_i}{2} (\dot{\vec{r}}_i)^2 = T(q, \dot{q}, t),$$

$$Q_j = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_j}, \quad (j = 1, 2, \dots, s)$$

Diferencijalna jednačina kretanja Lagranža:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} = Q_j; \quad (j = 1, 2, \dots, s).$$



Ako su sile potencijalne

$$Q_j = \sum_{i=1}^N \nabla_i U \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_j} = -\frac{\partial U}{\partial q_j}, \quad (j=1,2,\dots,s),$$

a ako su prisutne uopštene, potencijalne i disipativne sile:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} = Q_j^d; \quad (j=1,2,\dots,s)$$

pa je  $L = T - U$ ,

Ako disipativne sile zavise od brzine

$$Q_j^d = -\frac{\partial D}{\partial q_j}, \quad (j=1,2,\dots,s),$$

$$D = \sum_{i=1}^N \frac{k_i}{2} (\dot{\vec{r}}_i)^2$$

gde je  $D$  disipativna funkcija Rejlja.

Uopštena energija sistema

$$H = \sum_{j=1}^s \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \dot{q}_j - L; \quad H = H(q, p, t); \quad p_j = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j},$$

ovde je  $p$  uopštenim impuls. Ova formula ne sadrži linearne članove generalisane brzine, dok UKUPNA energija sadrži. Ako radijus vektori položaja ne zavise eksplicitno od vremena ove energije su brojno jednake (sistem sa stacionarnim vezama.) Takođe je:

$$H = \sum_{j=1}^s \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \dot{q}_j - L = T + U, .$$

pa je ovo **Hamiltonijan**, čija je *prednost* veća ravnopravnost uopštenih impulsa i koordinata, koja omogućava kompatibilnost u primeni na statističku i kvantu mehaniku:

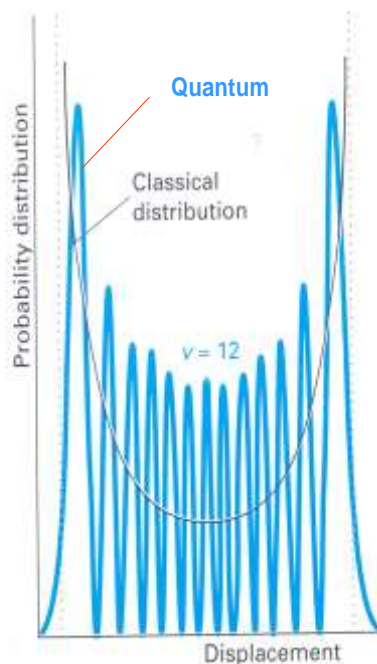
$$H^{(op)} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x)$$

Postoji još jedna, **formalna razlika** između Lagranžijana i Hamiltonijana, a ogleda se u sledećem:

**Lagranževa jednačina** je sistem  $s$  diferencijalna jednačina drugog reda po  $s$  uopštenih koordinata  $q$  koje su funkcija vremena.

**Hamiltonova jednačina** je sistem  $2s$  diferencijalnih jednačina prvog reda sa  $s$  uopštenih koordinata i  $s$  uopštenih impulsa kao funkcijama vremena. Ove jednačine se nazivaju i kanonskim (ispunjavaju uslov konstantnosti u vremenu, tj. **opisuju zakone održanja**.)

Kvantna mehanika rodila se kao iskorak iz klasične fizike, prvo Plankovim povezivanjem zakona zračenja crnog tela 1900, Ajnštajnovim radovima iz 1905, Bor (1913) – Somerfeldovim (1916) modelom atoma, i Šredingerovom talasnom jednačinom koja objedinjuje čestice i talase, povezuje statistiku i verovatnoću sa determinisanjem stanja (1925).



**Fig.2.3:** Odnos klasične i kvantne mehanike na primeru određivanja pomeraja od ravnotežnog položaja

U naše vreme postoji desetak kvantnih mehanika, koje sve imaju svoje mesto zbog različitosti matematičkih modela koje koriste i dometa u pojedinim graničnim slučajevima

Nakon uspešne primene kvantne mehanike na jezgro atoma, i Paulingovog otkrića strukture

proteina 1950, Frelj (Froehlich, 1952). primenjuje kvantnu mehaniku na biomolekule kao polimere Potom Hajzenberg i drugi vodeći kvantni fizičari vide veliku budućnost primene u biofizici.

#### 4. FRAKTALNA MEHANIKA: SINERGIJA KM I QM

Sa slike 1.6 vidimo da je fraktalna mehanika data kao sinergetska nauka kvantne mehanike, preko gravitacione konstante  $G$ , i klasične (Njutnovske) mehanike, preko Plankove konstante  $h$ . Ovi parovi ( $QM$  i  $G$ ,  $KM$  i  $h$ ) su u suprotnosti, ali se inverzno prožimaju, ili kako bi to rekao Bor (Niels Bohr, 1885-1962), „*contraria sunt complimenta*“. Da bi to učinio očiglednim Bor je naslovnu stranu svoje knjige (Fig. 2.2) ilustrovao sa starokineskim simbolom *yin-yang* (*yang* znači svetlo(st), a *yin* znači senka, ali i tama). Starokineski koncept *yin-yang* zasniva se na četvorstvu, ali takvom da veliko *YIN* sadrži mali *yang*, odnosno veliki *YANG* sadrži mali *yin*. Sličan odnos imamo sa  $QM-G$ ,  $KM-h$ , kao što je to prikazano na Fig. 2.3. Svaka tačka sistema ( $FM$ ) pripada  $QM-G$  (desna zavojnica) i  $KM-h$ , (leva zavojnica) u domenu opsega dejstva  $10^{-34} \div 10^{-30}$  Js.

#### 4.1. Klasična mehanika i Plankova konstanta $h$

Atomi se primarno drže na okupu kada je materija u čvrstom stanju zahvaljujući valentnim elektronima i unutar molekularnim vodoničnim vezama, odnosno van der Valsovim silama, kao i jon-jon, jon-dipol, i dipol-dipol interakcijama. Međutim, materija se u tečnom stanju drži na okupu prevashodno međumolekularnim vodoničnim vezama, i sekundarno jon-dipol, i dipol-dipol interakcijama. Gasovito stanje materije prevashodno je određeno dinamikom kretanja slobodnih čestica i njihovim interakcijama u pokretu (jon-dipol, dipol-dipol, dipol-indukovani dipol interakcijama).

Ako razmtramo čvrsto stanje materije onda valentni elektroni, kao naelektrisne čestice u prostoru u kome se kreću (aproksimativno radijus sfere osnovnih gradivnih atoma biomolekula je: vodonika 37 pm, kisonika 66 pm, azota 70 pm, ugljenika 77 nm, sumpora 104 pm, fosfora 110 pm, a nekih značajnih jona za biološke sisteme: natrijuma 951 (186) pm, magnezijuma 65 (160) pm, kalijuma 133 (227), kalcijuma 88 (197) pm, hlora 181 (99)) pri svom kretanju proizvode električno i magnetno dejstvo. Dejstvo je složena veličina (*sila*  $\times$  *put*  $\times$  *vreme*) pa je najedakvatnije procenjivati, odnosno meriti, električnu i magnetnu silu da bi se odredio njihov pojedinačni udeo u dejstvu.

Proračun magnetne inetrakcije između dve naelektrisane čestice u kretanju u odnosu na posmatrača, odnosno observera (O), jer je problem sličan kao sa računanjem električne interakcije na bazi Kulonovog zakona. Ali, ako ne želimo tačnu vrednost inteakcija, već samo red veličine među njima, onda se račun može pojednostaviti. Razmatrajmo dva naelektrisane čestice  $q$  i  $q'$  dva susedna atoma koje se kreću sa brzinama  $v$  i  $v'$  koje su relativne u odnosu na posmatrača. Naelektrisanje  $q$  će proizvoditi efekt na  $q'$  pa se električna sila merena od strane posmatrača  $O$  može napisati kao  $F_E = qE$ . Magnetno polje koje nastaje od  $q'$  računa se kao  $B = vE/c^2$ , i ono je reda veličine kao i  $v'E/c^2$ , pa je njegovo dejstvo na  $q$

$$qvB = qv(v'E/c^2) = (vv'/c^2)qE . \quad 2.1.3$$

Kako je  $qE$  električna sila, a  $qvB$  magnetna sila, to je

$$\frac{\text{Magnetna sila}}{\text{Električne sila}} \approx \frac{vv'}{c^2} \quad 2.14$$

Ako su brzine naelektrisanja male u odnosu na brzinu svetlosti tada je magnetna sila u odnosu na električnu vrlo mala.

Medjutim, kako valentni elektroni imaju brzine oko  $10^6$  m/s, i kako su  $v \approx v'$  to je  $(10^6 \times 10^6)/(10^8)^2 = 10^{-4}$  pa je

$$\frac{F_M}{F_E} = 10^{-4} \quad 2.15$$

Ova osobina materije, da su električna sila i magnetna sila različite po intenzitetu, za četiri reda veličine, mada su po prirodi stavri spregnute i idu zajedno, omogućava postojanje oblasti istovremenog klasičnog i kvantnog dejstva.

Ako je magnetno dejstvo kod nekog sistema  $h^* > 6,626 \times 10^{-30}$  Js, tada se radi o čistom klasičnom sistemu.

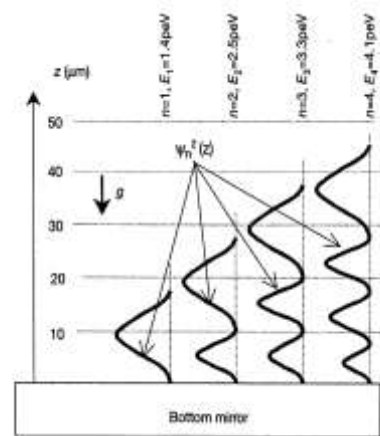
This means that existence of quantum action could be  $6,626 \times 10^{-34} < h^* < 6,626 \times 10^{-30}$ . In this action area, from energy point of view, simultaneously exists both classical and quantum phenomena. So, this action area is perfect one for natural spontaneous synergetic processing. This area we can call “Niels Bohr Land”, because according his words “one theory is so strong how strong exists opposite one”. Therefore, if action is than phenomena are pure classical, while if it is  $6,626 \times 10^{-34}$  Js, it is pure quantum. Since action  $h = F \times d \times t$ , we need to know values of  $F$ ,  $d$  and  $t$ .

## 4.2 Kvantna mehanika i gravitaciona konstanta G

Do sada smo izučavali kretanje tela u gravitacionom polju Zemlje kao kosi hitac, slobodan pad ili neko složenije kretanje aviona, odnosno letilice. U svim ovim slučajevima važe zakoni klasične mehanike, a Zemljino gravitaciono polje, utiče na kretanje tela *kontinualno*, povećava ili smanjuje brzinu u zavisnosti da li se radi o slobodnom padu ili vitacu uvis. Zemljno gravitaciono polje  $g$  je dominantno u dejstvu na makroskopsko telo koje se kreće, tako da dejstva drugih nebeskih tela kao što su Mesec, Sunce, i planete nema značaja za njegovo kretanje.

Medjutim, ako posmatramo elementarne čestice kao što su elektroni, protoni ili neutroni tada to ne mora biti slučaj, jer oni su objekti sa malom masom pa će naprimer dejstvo na neutron u vertikalnoj kordinati  $z$  biti

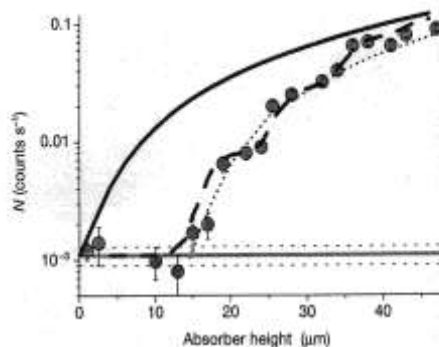
$$h_g = (m_n \times g) \times z \times t$$



**Fig.2.4:** Kvantna stanja neutrona u gravitacionom polju Zemlje

Da bi postojao kvantni efekt Zemljinog gravitacionog polja na neutron dejstvo treba da bude  $h_g \approx 6.626 \times 10^{-34}$  Js. Kako je masa neutrona  $m_n = 1.0086 \times 10^{-27}$  kg to proizvod vertikalnog pomeraja  $z$  i vremena za koje se to ostvari treba da bude oko  $10^{-8}$ . Ako je pomeraj reda veličine  $10 \mu\text{m}$  ( $10^{-5}$  m), tada vreme za koje se kvantni skok ostvari treba da bude reda veličine  $10^{-3}$  s.

Grenoble eksperiment je objavljen 2002. godine, (nezavisno od naših proračuna iz ove oblasti koje smo radili, 2001. godine), i pokazano je da neutroni (hladni) imaju kvantna stanja u gravitacionom polju Zemlje (Nesvizhevsky, 2002). Vrednosti pomeraja  $z$  bile su u granicama  $0.5\text{-}15 \mu\text{m}$ , a vreme između  $10^{-3}$  i  $10^{-1}$  s, već u zavisnosti od kvantnog stanja neutrona u gravitacionom polju Zemlje ( Fig. 2.4 i 2.5)



**Fig.2.5:** Kvantno ponašanje neutrona u gravitacionom polju Zemlje

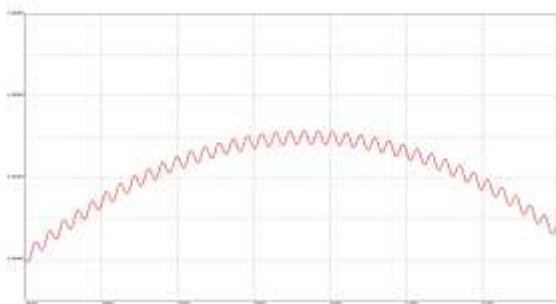
Na osnovu  $G$  (univerzalne gravitacione konstante ) koja iznosi

$$G = (6.6 \pm 0.041) \times 10^{-11} \quad (m/s^2 | m^2/kg) \quad 2.16$$

proizilazi da masa neutrona kao kvantni objekt ima kvantno dejstvo u gravitacionom polju Zemlje sa površinskom prostornosti kvantnog dejstva tog polja od

$$6.6 \times 10^{-11} = 9.81 \frac{m^2}{10^{-27}} \Rightarrow A \approx 10^{-38} m^2, \quad 2.17$$

pa je radijus dejstva reda veličine oko  $10^{-19}$  metara, što je unutar prostora neutrona, čiji je radijus oko  $10^{-14}$  m. Radijus  $10^{-19}$  mogao bi odgovarati „elektronu“ koji je „spakovan“ u neutronu, pa se može očekivati da kvantno dejstvo gravitacionog polja Zemlje može uticati na stabilnost neutrona, čije je vreme raspada (ako je izolovan, sam kao čestica) oko 12 minuta.



**Fig. 2.6:** Nano g (ng) i pico (pg) vrednosti uticaja tela sunčevog sistema na tela na površini Zemlje.

Gravitaciono polje Zemlje preko kvantnih fenomena može uticati na stanje talasne funkcije i ponašanje elektrona uprkos činjenici da je klasična gravitacija je za  $10^{30}$  puta slabija od električne sile.

Posebno su značajni gravitacioni efekti koje imaju tela sunčevog sistema na kvantne objekte na Zemlji i na medju moekularna dejstva gde su veze slabe. Ta dejstva su reda veličine *nano g* i *pico g* (Fig.2.7).

Letovi u kosmos su pokazali da boravak u mikrogravitacionim uslovima ima uticaj na biološke procese, uključujući i biomolekularne. Medjutim, postoje dva, po prirodi, različita fenomena mikrogravitacije: *statički*, koji potiče od zemljinog gravitacionog polja na odgovarajućoj udaljenosti od Zemlje, i drugi, *dinamički*, koji potiču od prostorno-vremenskog uticaja tela sunčevog sistema na dati objekat. Na površini Zemlje, *dinamička mikrogravitacije* ima još jedan značajan uticajni faktor koji potiče od rotacije Zemlje oko svoje ose, spregnut sa uticajima gravitacio

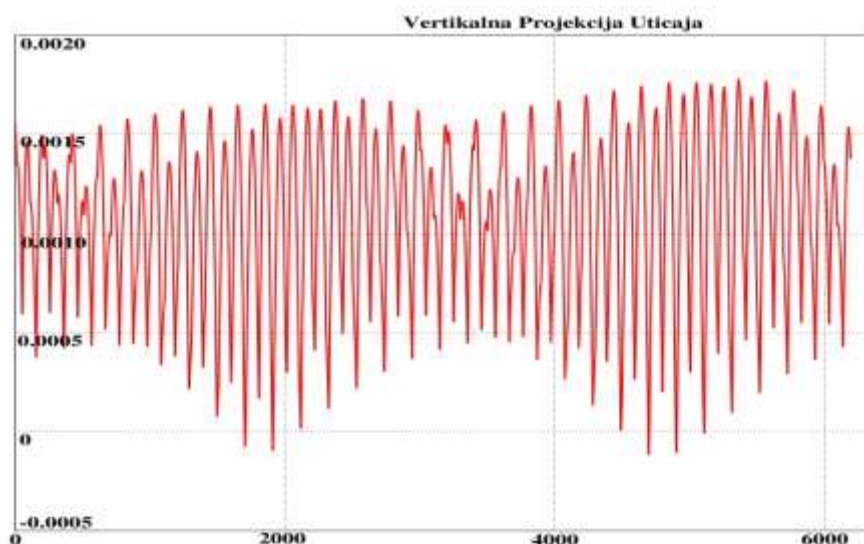


Fig. 2.7. Godišnja promena vretikalnog uticaja sunčevog sistema na površini zemlje (mesto Beograd, lokacija Mašinski fakultet).

polja tela sunčevog sistema. Proračuni pokazuju da na površini Zemlje egzistiraju mikrogravitacione (mesečne i godišnje), nanogravitacione (dnevne) i pikogravitacione (minutne) promene i da one mogu uticati na biomolekularne procese. Poseban značaj ima uticaj mikrogravitacije na mikrotubule (strukture odgovorne za ćelijsku deobu, transport materijala u ćeliji, održavanje oblika ćelije i dr.).

#### 4.3 Fraktalna mehanika kao sinergetski sistem $KM-h \Xi QM-G$

Fraktalno sinergetsko dejstvo ( $\Xi$ ), odnosno oblast gde istovremeno važe zakoni ( $KM(G) \Leftrightarrow QM(h)$ ), možemo napisati u obliku

$$10^{-30} \geq \Xi \geq 10^{-34} \text{ (Js)}$$

pri čemu je

$$\Xi = F \times d \times t \text{ (Js)}$$

Pa vrednosti  $F$  (sila, N), pomeraj  $d$  (pomeraj, m) i vreme  $t$  (vreme, s) su u sledećim gricama:

Tabela 1.

	max	min
$F$ (N)	$10^{-7}$	$10^{-11}$
$d$ (m)	$10^{-9}$	$10^{-12}$
$t$ (s)	$10^{-8}$	$10^{-15}$

Ako bi sve tri veličine ( $F, d, t$ ) imale maksimalne vrednosti sistem bi bio čisto klasičan, a da istovremeno imaju sve tri minimalne vrednosti nije dozvoljeno, jer bi onda njihov proizvod bio manji od kvantnog dejstva.

Kako se dejstvo po de Brojlu može napisati preko momenta količine kretanja i talasne dužine to važi jednakost

$$mv \times \lambda = F \times d \times t ,$$

pa se mernom instrumentacijom mogu izmeriti uređene trojke ( $m, v, \lambda$ ) i ( $F, d, t$ ), odnosno dve od njih da bi se izračunala treća. Kako je *fraktalna mehanika* teorijska i eksperimentalna nauka to je za određivanje fraktalanog stanja materije povoljnije merenje ( $F, d, t$ ) nego ( $m, v, \lambda$ ). Razlog ovome je u postojanju pristupačne merne instrumentacije (NanoProbe) u opsegu vrednosti datih u tabeli 1. Ukoliko bi se merenje vršilo na bazi ( $m, v, \lambda$ ), tada bi trebalo spektroskopski hvatati talasnu dužinu od oko  $10^{-10}$  m ( $\lambda = 0.1$  nm), što je u domenu frekvencija od oko  $10^{18} \text{ s}^{-1}$ , što za sada mogu da ostvaruju veoma retki i skupi laseri specijalne namene.

Sledeći matematičko-fizički uslovi, koji definišu *fraktalnu mehaniku*, moraju biti zadovoljiti: (1) matematički aparat koji se koristi treba da omogući koegzistentno definisanje prostora (različitih dimenzija), vremena, mase, energije i informacije, (2) primenjeni algoritam treba da omogući glatku transformaciju prostora i vremena u prostor-vreme, (3) definisanje oblasti u kojoj istovremeno važe zakoni klasične i kvantne mehanike, i (4) definisanje matematičkog

„Jedno samo sebi okrenuto osuđeno je da umre. Svet koji ne može da se oplodi i rodi nov, mrtav je svet“.

Informacije o kvantnim stanjima u nekom području prostorvremena mogu se nekako kodirati na granici područja koja ima dve dimenzije manje.

Stiven Hoking

aparata koja omogućava kuplovanje FM sa *Relativističkom kvantnom gravitacijom*, i *Kvantnom teorijom polja* u cilju zasnivanja *Integralne fizike*.

1. Prvi uslov zadovoljava gama funkcija u sprezi sa klasičnom i kvantnom mehanikom,
2. Drugi uslov zadovoljava rezultat dobijen na bazi gama funkcije.
3. Treći uslov zadovoljava fizika valentnih elektrona na bazi električne i magnetne sile, i fizika vodoničnih veza na bazi klasične fizike (kulonovske interakcije) i kvantne fizike (talasne funkcije).
4. Četvrti uslov zadovoljava faktorijalno-fraktalna funkcija energije (kako se faktorijal definiše pomoću gama funkcije to je matematički sistem koegzistentno zatvoren).

#### LITERATURA:

Hoking,S., **Kosmos u orahovoj ljusci**, Informatika, Beograd, 2002 (prevod sa engleskg).

Nesvizhevsky,V.V., et.al. Quantum states of neutrons in the Earth's gravitational field, *Nature*, vol. 415, pp.297-299,2002.

Peat,D. **Superstrings and the Serch for the Theory of Everything**, Contemporary Books, New York, 1988

Spielberg,N. and Andersen,D.B. **Seven Ideas that Shook the Universe**, John Wiley and Sons, New York, 1987.

#### Pitanja:

1. Koji je osnovni kriterijuma da je jedan sistem kvantni?
2. Koja osobina materije omogućava da pod određenim uslovima sistem može biti i kvantni i klasični?
3. Koje su razlike između Lagranžijana i Hamiltonijana?
4. Da li atomi na apsolutnoj nuli miruju u ravnotežnim položajima ili osciluju?

#### Zadaci:

1. Pokaži da je moment količine kretanja elektrona u atomu istog reda veličine kao Plankova konstanta  $h$ .
2. Izračunaj na kojim rastojanjima je elektron kod atoma vodonika u drugom i trećem pobuđenom stanju.



3. Izračunaj Lagranžijan i Hamiltonijam molekula vode u vakuumu.
3. Objasni zašto postoji suštinska razlika između talasnih dužina  $\lambda$  i  $\lambda^*$ .