3. MATEMATIČKE OSNOVE FRAKTALNE MEHANIKE

3.1 UVOD

Fig. 3.1: Embrio: simbol *Fraktalne mehanike*

U svakodnenom životu, obično se kaže da predmet stabilno stoji ako ima najmanje tri oslonca, ali kao što znamo stolovi sa četiri noge su stabilniji od tronošca sa aspekta iskorišćenosti opterećenosti površine. Slična situacija je i sa matematičkim osnovama fraktalne mehanike, s tim što ona više liči na biološki sistem, nego na sto kao običan predmet, pa joj u ovoj fazi razvoja odgovara neki „četvoronožac” iz životinjskog sveta. Fraktalna mehanika sa sva četiri „matematičke noge”: gama funkcijom, Kantorovim trijadnim skupom, savršenim brojevima i zlatnim presekom, kreće se istovremeno po klasičnim i kvantnim područjima. U nekom svom evolutivnom razvoju ona ima šanse da se „uspravi” i hoda na „dve noge”, ali taj put je trnovit i ne zavisi od postojeće matematike na bazi teorije brojeva numeričke prave R^1 i komleksne ravni z, već od teorije brojeva na bazi R^0, koja je tek u povoju preko *nula faktorijala* i Kantorovog trijadog skupa .

3.2 GAMA FUNKCIJA

G*ama funkciju* u svet matematike uveo je 1730. godine Švajcarski matematičar Ojler (Leonhard Euler, 1707-1783) u cilju generalizacije faktorijala. Zbog ineresantnosti i važnosti ove funcije za matematiku njome su počeli da se bave Ležandr (Adrien-Marie Legendre,1752-1833), Gaus (Carl Friedrich Gauss (1777-1855), Luilje (Joseph Liouville,1809-1882) i drugi poznati matematičari XVIII veka.

Ojler je obeležavao gama funkciju oznakom $\Pi(x)$, a oznaku $\Gamma(x)$ uveo je Ležandr 1809. godine. Gaus je kasnije uveo notaciju $\Gamma(x+1)$, pokazujući time da gama funkcija zadovoljava uslov $f(x+1) = x\,f(x)$, pa je $\Gamma(n+1) = n\Gamma(n)$.

Gama funkciju zapisujemo u obliku integrala

$$\Gamma(n) = \int_0^\infty x^{n-1} e^{-x}\, dx , \qquad 3.1$$

pa za $n = 1$ dobijamo

$$\Gamma(1)=\int_0^\infty x^{n-1}e^{-x}\,dx=\int_0^\infty x^0 e^{-x}\,dx=-e^{-x}\,\mathrm{I}_0^\infty=1, \qquad 3.2$$

a za $n = 2$, $n= 3$, $n = 4$ i $n = 5$,

$\Gamma(2) = 1\Gamma(1) = 1\times 1 = 1!$

$\Gamma(3) = 2\Gamma(2) = 2\times1\Gamma(1) = 2\times1\times1 =2 \times1=2!$

$\Gamma(4) = 3\Gamma(3) = 3\times2\Gamma(2) = 3\times2\times1\Gamma(1) = 3\times2\times1= 3!$

$\Gamma(5) = 4\Gamma(4) = 4\times3\Gamma(3) = 4\times3\times2\Gamma(2) = 4\times3\times2\times1= 4!$

pa generalno možemo napisati

$$\Gamma(n + 1) = n! \qquad 3.3$$

Na osnovu ovoga dobija se jedan od najčudnijih rezultata u matematici, jer ako želimo da izračunamo za n=0, tada dobijamo

$\Gamma(0+ 1) = \Gamma(1) = 1=0!$

Sve do 1974. godine za ovakvo obelažavanje govorilo se *faktorijal* , međutim naš matematičar Kurepa (Kurepa, 1974) je uveo pojam levi i desni faktorijal generalno, a 2008. god. mi smo uveli za nulu (Koruga,2008) i on se definiše kao

$$(!)=\frac{0!}{!0}=\frac{\Phi-\phi}{e^{i\pi}(\phi-\Phi)}=\frac{1.61803-0.61803}{e^{i\pi}\,(0.61803-1.61803)}\equiv 1, \qquad 3.4$$

pa E_0 u izrazu 1.11 poprima oblik

$$E_0 = (!)mv^0c^2 = \frac{1.61803-0.61803}{e^{i\pi}\,(0.61803-1.61803)}\times\frac{mv}{v}\times c^2, \qquad 3.5$$

što pokazuje da u masi m postoji količina kretanja mv унутар масе која се креће инверзном брзином брзини v и mv (jer je $v^0=1=v/v$) обезбеђујући синергетски ефект са брзином c која је инваријанта просторвремена.

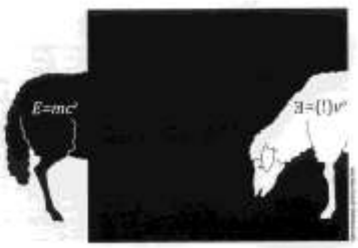

Fig.3.2: *Masa, energija* i *invrijanta prostor-vremena*(E=mc²) i njihovi komplementi : *organizacija* (1.61803 i 0.61803), *informacija* ($e^{i\pi}$) i *upravljanje* (mv/*v*).

Faktorijal se može generalno zapisati u obliku

$$n!= n\,(n-1)!\ , \qquad 3.6$$

pa je

$3! = 3\times2!$

4! = 4 × 3!

5! = 5 × 4!

Ovo pokazuje memorijsku evolutivnu nit sistema faktorijela, jer svaki faktorijal sadrži prethodni faktorijal i samog sebe: 3! = 2! × 3, 4! = 3! × 4, i.t.d.

Gama funkcija pripada kategoriji specijalnih transcendentalnih fukcija i važna je za teoriju brojeva.

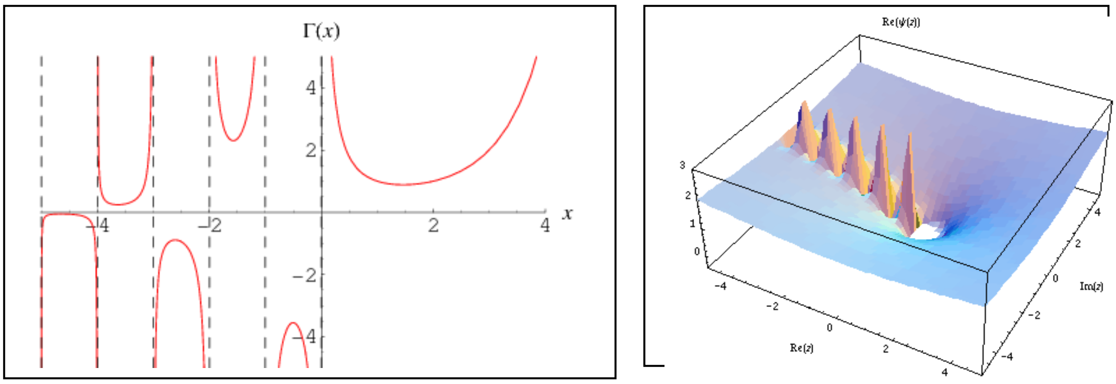

Fig.3.3: Grafički prikaz funkcije Γ(x) u ravni (*levo*) i kompleksne funkcije Γ(z) (*desno*)

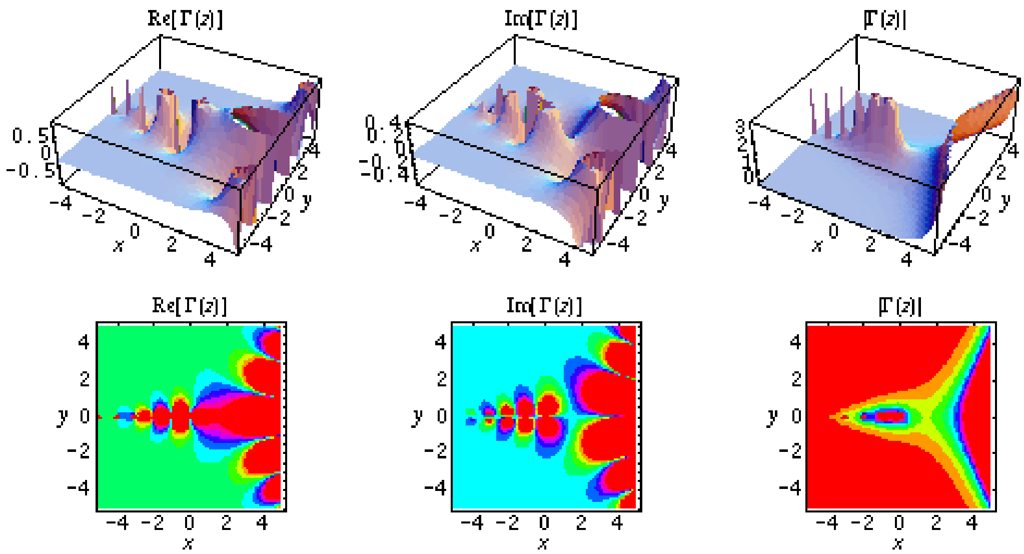

Fig. 3.4: Trodimenzionalni prikaz funkcije Γ(z): realni, imaginarni i kompleksni (gore) i u ravni *x,y* (dole).

3.2.1 GAMA FUNKCJA I KODIRANJE PROSTORA

Za n-dimenzionalni prostor radius se izračunava na bazi Pitagorinog rastojanja koji za Euklidski prostor ima oblik kvadratne forme

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \ldots\ldots\ldots + x_n^2 = r^2, \qquad 3.7$$

dok će za n-dimenzionalnu *sferu* čiji je radijus r^n vrednost za njegovu zpreminu biti

$$V_n(r) = C_n\, r^n \,. \qquad 3.8$$

Računanje C_n za površinu, odnosno dvo-dimenzionalni prostor n=2 i zapreminu, tro-dimenzionlni prostor, n=3 je lako, jer znamo sve elemente koji čine V_n . Za $n = 2$, $V_2 = C_2\, r^2$, pa je znajući da je površina kruga $P = r^2\pi$ dobijamo da je $C_2 = \pi$. Slično imamo za n=3, jer je zapremina sfere $V_3 = 4/3\, r^3\pi$, pa dobijamo da je $C_3 = 4/3\pi$. Koliko je C_1 ili C_4? To ne znamo na ovakav način pa moramo potražiti opšti zakon za računaje C_n vrednosti za n-dimenionalne sfere.

Opšti zakon za dobijnje prostora za različite dimenzije dobija se na bazi funkcije $\Gamma(1/2)^n$ (Hamming, 1986)

$$\left[\Gamma(\tfrac{1}{2})\right]^n = \pi^{\frac{n}{2}} = \int_0^\infty e^{-r^2} \frac{dV_n(r)}{dr}\, dr = C_n \int_0^\infty e^{-r^2} n r^{n-1} dr \qquad 3.9$$

Na osnovu izraza 3.9 dobije da je zakon računanja jediničnih sfere prostora dimenzije n dat izrazom

$$C_n = \frac{\pi^{\frac{n}{2}}}{\Gamma(\frac{n}{2}+1)} \;, \qquad 3.10$$

odnosno

$$C_n = \frac{2\pi}{n} C_{n-2} \qquad 3.11$$

Tabela 3.1: Poznate vrednosti jediničnih sfera na bazi izraza 3.11 (Hamming,1986)

n	$C_{n\pi}$	*Value*
$2k$	$\pi^k/k!$	$\rightarrow 0$
…	….	…..
7	$16\pi^3/105$	4.724
6	$\pi^3/6$	5.167
5	$8\pi^2/15$	5.263
4	$\pi^2/2$	4.934
3	$4\pi/3$	4.188
2	π	3.141
1	2	2.000

Ako se nastavi računanje vrednosti jediničnih sfera uz uslov da važi zakon simetrije (simetrijski element inverzije) tada se dobijamo da je C_0

$$C_0 = \frac{2\pi}{n_o} \times C_{-2} = 1 \quad \rightarrow \quad n_o = 2\pi \times \frac{1}{\frac{4\pi}{3}} = 3/2 \ , \qquad 3.13$$

Struktura nule kao 3/2 u brojnom sistemu Maja: 3 i 2 su orogonalni

što daje vrednosti za ostale dimenzije kao što je prikazano u tabeli 3.2.. U matematici dimenzija N=0 je tačka koja je još od Euklida (Euklidovi elementi, 1949) definisana kao entitet „koji nema delova". Međuim, na bazi gama funkcije vidimo da je to entitet *koga nema smisla deliti,* što implicira fenomen nelokalnosti (V_0=C_0r^0 =1×1=1).jer ma koliko bilo r ukupnost sistema je data u jediničnoj sferi.

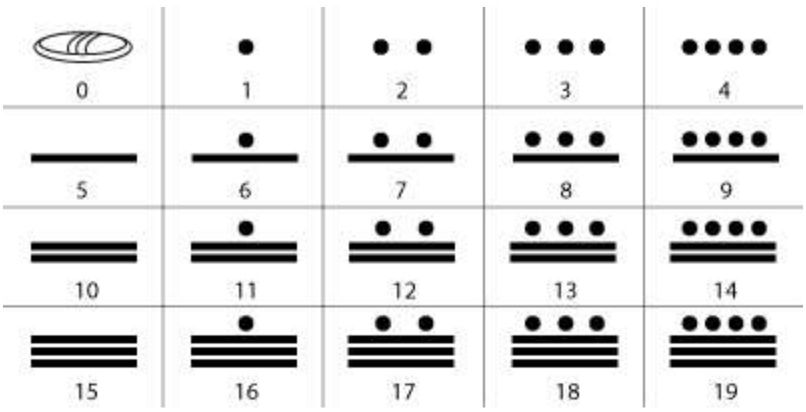

Fig.3.5 : Brojni sistem Maja je definisan preko dve vrste objekata *tačke* (kavazi 0D) i *linije* (kvazi 1D). Pri tome *nula* (kao izvorni 0D entitet) je data sa stutkturom 3/2.

Tabela 3.2 Pozitivne i negativne prostorne dimenzje (Koruga, 2007)

Dimenz. N	Jedinična sfera C_n	Dimenzionalnost n	Vrednost jedinične sfere preko π	Vrednost jedinične
N=6	$C_6 = \frac{2\pi}{n} \cdot C_4 = \quad \frac{2\pi}{6} \cdot \frac{\pi^2}{2}$	6	$\frac{\pi^3}{6}$	5.1677
N=5	$C_5 = \frac{2\pi}{n} \cdot C_3 = \quad \frac{2\pi}{5} \cdot \frac{4\pi}{3}$	5	$\frac{8\pi^2}{15}$	5.2637
N=4	$C_4 = \frac{2\pi}{n} \cdot C_2 = \quad \frac{2\pi}{4} \cdot \pi$	4	$\frac{\pi^2}{2}$	4.9348
N=3	$C_3 = \frac{2\pi}{n} \cdot C_1 = \quad \frac{2\pi}{3} \cdot 2$	3	$\frac{4\pi}{3}$	4.1887
N=2	$C_2 = \frac{2\pi}{n} \cdot C_0 = \quad \frac{2\pi}{2} \cdot 1$	2	π	3.1415
N=1	$C_1 = \frac{2\pi}{n} \cdot C_{-1} = \quad \frac{2\pi}{1} \cdot \frac{1}{\pi}$	1	$2\pi^0 = 2$	2.0000
N=0	$C_0 = \frac{2\pi}{n} \cdot C_{-2} = \quad \frac{2\pi}{3/2} \cdot \frac{1}{4\pi/3}$	3/2	$\frac{1}{\pi^0} = 1$	1.0000
N=-1	$C_{-1} = \frac{2\pi}{n} \cdot C_{-3} = \quad \frac{2\pi}{4} \cdot \frac{2}{\pi^2}$	4	$\frac{1}{\pi}$	0.3183
N=-2	$C_{-2} = \frac{2\pi}{n} \cdot C_{-4} = \quad \frac{2\pi}{5} \cdot \frac{15}{8\pi^2}$	5	$\frac{1}{\frac{4\pi}{3}}$	0.2387
N=-3	$C_{-3} = \frac{2\pi}{n} \cdot C_{-5} = \quad \frac{2\pi}{6} \cdot \frac{6}{\pi^3}$	6	$\frac{1}{\frac{\pi^2}{2}}$	0.2026
N=-4	$C_{-4} = \frac{2\pi}{n} \cdot C_{-6} = \quad \frac{2\pi}{7} \cdot \frac{105}{16\pi^3}$	7	$\frac{15}{8\pi^2}$	0.1899

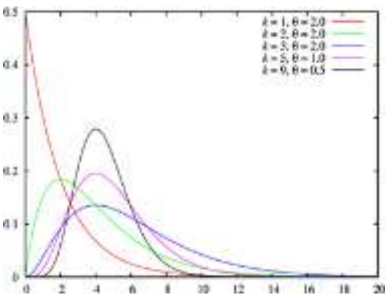

Fig.3.3 Distribucija gama funkcije u odnosu na parametre k i θ

Iz tabele 3.2 vidimo da važi zakonitost

$$N_{(n)} \times (1-n) N_{(n+2)} = N(0), \qquad 3.14$$

što se može zapisati u obliku

$$\left\langle N_{(n)} \middle| (1-n) N_{(n+2)} \right\rangle \quad . \qquad 3.15$$

Distribucija gama funkje može se dati preko parametara k i θ

$$f(x;k,\theta) = x^{k-1} \frac{e^{-x/\theta}}{\theta^k \, \Gamma(k)} \text{ for } x > 0 \text{ and } k, \theta > 0. \qquad 3.16$$

pa u odnosu na date parametre date u izrazu 3.16 grafički prikaz je kao na Fig.3.3.

Iz Tabele 3.2 uočava se da je maksimaln vrednost jedinične sfere za *n*=5, pa su moguća dva scenarija nastanka ostalih nižih prostora iz od *n*=5: (1) da je iz *n*=0 najpre nastao n=5, a zatim iz njega nastala „glatka" redukcija *n*=4 i *n*=3, (2)"kaskadna" redukcija na *n*=4 i *n*=3.

Tabela 3.3: Vredosti veličine prostora dimenzije *n* na bazi "glatke" i „kaskadne" transformcije dimenzije n=5.

$n\mathrm{D}^5$ vrednsti					
5D^5	**4D^5**	**3D^5**	**2D^5**	**1D^5**	**0**
$\frac{8\pi^2}{15}r^5$	$\frac{8\pi^2}{3}r^4$	$\frac{32\pi^2}{3}r^3$	$32\pi^2 r^2$	$64\pi^2 r^1$	$64\pi^2 r^0$
$n\mathrm{D}^n$: vrednosti V^n i P^n					
5D^5	**4D^4**	**3D^3**	**2D^2**	**1D^1**	**0D^0**
$\frac{8\pi^2}{15}r^5$ $\frac{8\pi^2}{3}r^4$	$\frac{\pi^2}{2}r^4$ $2\pi^2 r^3$	$\frac{4\pi}{3}r^3$ $4\pi r^2$	πr^2 $2\pi r$	$2\pi^0 r^1$ $2\pi^0 = 2$	$\frac{1}{\pi^0}r^0$ $\frac{0!}{\pi^0}$
Odnos V : $n\mathrm{D}^5$ / $n\mathrm{D}^n$					
1	$\frac{16}{3}=5.33$	$8\pi =$ 25.12	$32\pi=$ 100.48	$32\pi^2=$ 315.82	$64\ \pi^2 =$ 631.65
Odnos $^{\mathrm{P}n+1}\mathrm{V}_n/\mathrm{V}_n$					
$^{\mathrm{P}6}\mathrm{V}_5/\mathrm{V}_5$	$^{\mathrm{P}5}\mathrm{V}_4/\mathrm{V}_4$	$^{\mathrm{P}4}\mathrm{V}_3/\mathrm{V}_3$	$^{\mathrm{P}3}\mathrm{V}_2/\mathrm{V}_2$	$^{\mathrm{P}2}\mathrm{V}_1/\mathrm{V}_1$	$^{\mathrm{P}1}\mathrm{V}_0/\mathrm{V}_0$
$\frac{\pi^3 r^5}{\frac{8\pi^2}{15}r^5}=\frac{15}{8}\pi$ 5.8904	$\frac{\frac{8\pi^2}{3}r^4}{\frac{\pi^2}{2}r^4}=\frac{2}{3}8$ 5.3333	$\frac{2\pi^2 r^3}{\frac{4}{3}\pi r^3}=\frac{3}{2}\pi$ 4.7123	$\frac{4\pi r^2}{\pi r^2}=4$ 4	$\frac{2\pi r^1}{2\pi^0 r^1}=\pi$ 3.1415	$\frac{2\pi^0 r^0}{\frac{1}{\pi^0}r^0}=2$ 2

Šhematski prikaz "kaskadne" transformacije dimenzije n=5 u niže dat je na slici 3.4.

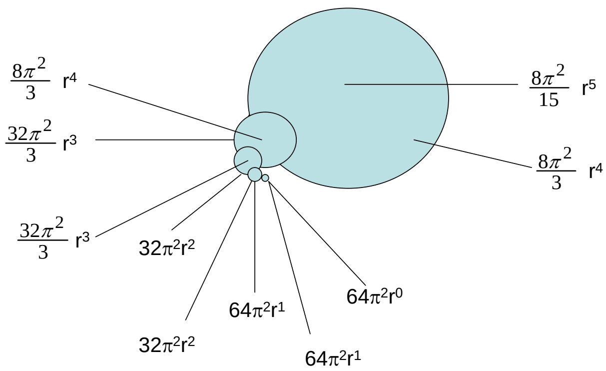

Fig.3.4: Šhematski prkaz „kaskadne„ transformaije dimenzije *n*=5 u niže.

3.2.2 PROSTORVREME NA BAZI GAMA FUNKCJE

Saglasno fizici četvoro-dimenzionalnog prostor-vremena, koje se zapisuje u obliku

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - [(ct)]^2 = 0 \qquad 3.17$$

možemo zapisati četvorodimenzionalno prostor-vreme u obliku

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + [(-1_4)]^2 = 0 \qquad 3.18$$

odnosno petodimenzionalno u obliku

$$\begin{aligned} & x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + [-1_4]^2 + [-2_5]^2 = 0 \\ & x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - \left\langle (ct)_4 \middle| (\kappa\nu)_5 \right\rangle^2 = 0 \end{aligned} \qquad 3.19$$

pri čemu je κ kod (senario) i ima dimenziju *ms* , *v* je frekvencija s^{-1}.

Na osnovu kavantne teorije polja (Ryder,1985) može se računti dimenzija mase *m* na bzi izraza 3.20.

$$d_m = \frac{n}{2} - 1 \quad , \qquad 3.20$$

što za n=5 daje 3/2. To je vrednost dimenzionalnosti za n=0, pa masa u trodimenzionalnom prostoru reprezentuje dimenziju n=0 preko redukcije n=5 na n=3. Prema Hokingu, a i na bzi gama funkcije (izraz 3.11) „informacije o kvantnim stanjima u nekom području prostor-vremena mogu se kodirati na granici područja koja ima dve dimenzije manje". Masa sa svojstvom 3/2 ($^{3/2}m$ ili ^{f}m-fraktalna masa) je direkni redukcioni entitet dimenzije n=5 u n=3, jer su obe kao prostori nastale iz n=0. Redukciju prostora dimenzije n=5 u prostor n=3 nastalih iz n=0 možemo zapisati u formi $\left|0\uparrow 5\downarrow 3\right|$, odnosno $^{3/2}\left\lceil\uparrow\downarrow\right\rceil_m$.

Drugi redukcioni entitet prostora dimenzije n=5 u n=3 je posredni preko n=4 i odgovara fotonu (svetlosti). Foton je danas jedna od najvećih enegmi u nauci? Kada su pitali Ajnštajna pre 55 godina šta je foton odgvorio je „mnogi fizičari misle da zanaju šta je foton, ja sam većinu svog života posvetio tome pitanju, ali nisam našao odgovor. Bilo bi dobo da znamo šta je elektron". Novi napori se čine da se dođe do što zadovoljavajućeg odgovora, a naročito na bazi direktnog merenja (Roychoudhuri *et.al*,2008)

Međutim, na osnovu formule 3.20 foton, kao redukcioni entitet n=5 u n=4, ima redukcionu masu dimenzije d_m=(n/2)-1 =4/2-1 = 1 (u oznaci ^{1}m – foton) pa će zbog toga imati osobinu „strune" koja vibrira (kao žice na gitari ili violini). Zato će foton po prirodi stavri imati dualnu prirodu, *talasa* i *čestice*. Ovo možemo zapisati u formi $\left|0\uparrow 5\downarrow 4\downarrow 3\right|$, odnosno $^{3/2}\left\lceil\uparrow\downarrow_1\downarrow\right\rceil_m$, jer je $d_m(4)$=1. Prečnik fotonske strune je Plankove duzine l_P = 1.6163 × 10^{-35} m, a *dužina strune* (l_{Ph}) je proizvod vremena od nastanka n=5 iz n=0 (Plankvo vreme, 5.35×10^{-43} s), do uspostavljanja redukovane mase vremenom prelaska n=5 u n=4 (137.438 × 10^{9} s). Ovo vreme odgovara faznom prelazu (oko 300.000 god. posle prelaza n=0 → n=2 → n=3 → n=4 → n=5, odnosno vremenu kada se svetlost kao 5D fenomen uspostavio kao novi entitet i kroz redukciju dimenzija penetrirao u 3D prostor ispunjen masom $^{3/2}\left\lceil\uparrow\downarrow\right\rceil_m$ ispunjenog razdvojenim elektronima i protonima. Najmanja vrednost fotonske strune, odnosno talasne duzine je

$$l_{P_h} = (t_P \times t_R) \times c = (5.35\times 10^{-43} \times 1.37\times 10^{11}) \times 2.997\times 10^{8} = 2.2\times 10^{-22} \quad (m) \qquad 3.21$$

a najveća frekvencija strune je v = 1.4 × 10^{30} s^{-1}. Fotnska struna može da vibrira različitim frekvencijama u zavisnosti od energije koju poseduju, a data je Plankovom relacijom $E=hv$.

Da bi se organizovala masa ${}^{3/2}\lceil\uparrow\downarrow\rceil_m$ (koja je bila u formi elektrona i protona u 3D) i formirala složenije strukture (atome) došlo je do zarobljavanja svetlosti (fotona). Ovim zaraobljavanjem uspostavlja se ponovno jedinstvo dimenzija n=0 i n=1, slično kao u njihovom izvornom stanju (atrakciji). Dok je izvorno jedinstvo n=0 i n=1 bilo neposredno, sada je ono u repulzivnom stanju posredno u n=4 preko transformisanih dimenzija iz n=0 i n=1, *fotona* (talasno-čestičnog entiteta: elektromagnetnih svojstava) i *mase* (čestično-talasnog entiteta: de Broljevih entiteta). Zbog toga ćemo u budće *fotonske talasne dužine* obeležavati sa λ, a masene (de Broljeve) talasne dužine sa Λ.

LITERATURA

Euklidovi elementi, Prva knjiga (Prevod, Anton Bilimović) Naučna knjiga, Beograd, 1949.

Hamming, R.W., **Coding and Information Theory**, Prentice Hall, Englewood, 1986.

Koruga, Dj. **From Geometrical Fractal Theory to Fractal Mechanics**, 613-618, Eds . Sumarac, D and Kuzmanovic,D., Proceedings of the 1st International Congress of Serbian Society of Mechanics, Kopaonik, 2007

Kurepa,Đ., On the left factorial function !*n*, *Mathematica Balkanica*, 1, 147-153, 1974.

Roychoudhuri, C., Kracklauer, Creath,K., **The nature of Light: What is a Photon?**, CRC Press, Boca Raton,2008.

Ryder,L.H., **Quantum field theory**, Cambridge University Press, Cambridge, 1985.

Pitanja

1. Zašto na bazi fraktalne mehanike Ajnšajnova izjava „najneshavtljivija stavr je da je Univerzum shvatljiv" postaje mnogo jasnija?
2. Zašto fraktalna mehanika počiva na četri matematička „stuba", i koji su?
3. Kada vozite automobil, brzinom većom od 60 km/cas noću sa upaljenim svetlima, dok pada kiša, koji utisak imate, odakle vam dolaze kišne kapi?

Zadaci

1. Pronadji veličine dinosaurusa i današnjih ptica koje su njihovi naslednici i uporedi to sa odnosima vrednosti veličine V_3 po različitim scenarijima (tabela 3.3).
2. Izračunaj vrednosti mase na osnovu obrasca 3.20 za n=4 i diskutuj odnos „tačkaste" mase i „strinovne" mase.
3. Ako bi „bio foton" kako bi za tebe izgledao prostor koji gledaš?